

PÁGINA 88**■ EJERCICIOS DE LA UNIDAD****Cálculo de potencias****1** ▲▲▲ Calcula:

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| a) 2^2 | b) 2^3 | c) 2^4 | d) 2^5 |
| e) 2^6 | f) 2^7 | g) 2^8 | h) 2^9 |
| a) 4 | b) 8 | c) 16 | d) 32 |
| e) 64 | f) 128 | g) 256 | h) 512 |

2 ▲▲▲ Calcula:

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|--------------|
| a) 4^2 | b) 3^5 | c) 5^3 | d) 10^4 |
| e) 1^7 | f) $(-1)^7$ | g) $(-1)^8$ | h) $(-2)^4$ |
| i) $(-2)^5$ | j) $(-5)^2$ | k) -5^2 | l) $(-10)^3$ |
| a) 16 | b) 243 | c) 125 | d) 10 000 |
| e) 1 | f) -1 | g) 1 | h) 16 |
| i) -32 | j) 25 | k) -25 | l) -1 000 |

3 ▲▲▲ Calcula:

- | | | | |
|------------------|-----------------------------------|-----------------------------|--------------|
| a) 3^0 | b) 3^{-1} | c) 2^{-4} | d) 5^0 |
| e) 5^{-2} | f) 10^{-3} | g) 2^{-3} | h) 10^{-6} |
| a) 1 | b) $\frac{1}{3}$ | c) $\frac{1}{16}$ | |
| d) 1 | e) $\frac{1}{25}$ | f) $\frac{1}{1000} = 0,001$ | |
| g) $\frac{1}{8}$ | h) $\frac{1}{1000000} = 0,000001$ | | |

4 ▲▲▲ Calcula:

- | | | |
|--------------------|-----------------------|--------------------------|
| a) 2^{-2} | b) $(-2)^{-2}$ | c) -2^{-2} |
| d) $\frac{1}{2^2}$ | e) $\frac{1}{2^{-2}}$ | f) $\frac{1}{(-2)^{-2}}$ |

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $-\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{4}$

e) $\frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$

f) $\frac{1}{\frac{1}{(-2)^2}} = 4$

5 ▲▲▲ Calcula:

a) 50^2

b) $0,5^2$

c) $0,05^2$

d) 100^2

e) 100^{-2}

f) $0,01^2$

a) 2 500

b) 0,25

c) 0,0025

d) 10 000

e) $\frac{1}{100^2} = \frac{1}{10\,000} = 0,0001$

f) 0,0001

Operaciones con potencias

6 ▲▲▲ Reduce y expresa el resultado en forma de una única potencia:

a) $2^4 \cdot 2^3$

b) $3^4 \cdot 3^6$

c) $5^6 : 5^2$

d) $6^3 : 6^4$

e) $\frac{2^6}{2^3}$

f) $\frac{3^5}{3^5}$

g) $\frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2^3}$

h) $\frac{1}{5} : \frac{1}{5^2}$

i) $3^5 : \frac{1}{3^3}$

a) 2^7

b) 3^{10}

c) 5^4

d) 6^{-1}

e) 2^3

f) $3^0 = 1$

g) $\frac{1}{2^5} = 2^{-5}$

h) $\frac{1}{5} \cdot 5^2 = 5$

i) $3^5 \cdot 3^3 = 3^8$

7 ▲▲▲ Primero reduce y después calcula:

a) $3^5 \cdot 3^{-4}$

b) $10^2 \cdot 10^4$

c) $5^5 : 5^3$

d) $10^2 : 10^{-2}$

e) $\frac{1}{2^2} : 2^6$

f) $3^{-4} \cdot \frac{1}{3^4}$

a) $3^5 \cdot 3^{-4} = 3$

b) $10^2 \cdot 10^4 = 10^6 = 1\,000\,000$

c) $5^5 : 5^3 = 5^2 = 25$

d) $10^5 : 10^{-2} = 10^4 = 10\,000$

e) $\frac{1}{2^2} : 2^6 = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$

f) $3^{-4} \cdot \frac{1}{3^4} = 3^{-8} = \frac{1}{3^8} = \frac{1}{6\,561}$

8 ▲▲▲ Reduce a una única potencia:

a) $(3^3)^2$

b) $(5^2)^2$

c) $(4^2)^4$

d) $(5^{-3})^2$

e) $\left(\frac{1}{5^3}\right)^2$

f) $(5^3)^{-2}$

a) 3^6

b) 5^4

c) 4^8

d) 5^{-6}

e) 5^{-6}

f) 5^{-6}

9 ▲▲▲ Calcula:

a) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2$

b) $(2^{-3})^2$

c) $(2^3)^{-2}$

d) $\left(\frac{1}{2^{-3}}\right)^{-2}$

e) $(2^3)^2$

f) $(2^{-3})^{-2}$

g) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^{-2}$

h) $\left(\frac{1}{2^{-3}}\right)^2$

a) $\frac{1}{2^6}$

b) $2^{-6} = \frac{1}{2^6}$

c) $2^{-6} = \frac{1}{2^6}$

d) $\frac{1}{2^6} = 2^{-6}$

e) 2^6

f) 2^6

g) $\frac{1}{2^{-6}} = 2^6$

h) $\frac{1}{2^{-6}} = 2^6$

Expresión algebraica de un número mediante potencias de base diez**10 ▲▲▲ Calcula:**

a) 10^3

b) 10^4

c) 10^5

d) 10^6

e) 10^{-3}

f) 10^{-4}

g) 10^{-5}

h) 10^{-6}

a) 1 000

b) 10 000

c) 100 000

d) 1 000 000

e) $\frac{1}{1\,000} = 0,001$

f) $\frac{1}{10^4} = 0,0001$

g) $\frac{1}{10^5} = 0,00001$

h) $\frac{1}{10^6} = 0,000001$

11 ▲▲▲ Escribe con todas sus cifras las siguientes cantidades:

- | | |
|----------------------|------------------------|
| a) $24 \cdot 10^7$ | b) $5 \cdot 10^8$ |
| c) $4,3 \cdot 10^5$ | d) $24 \cdot 10^{-7}$ |
| e) $5 \cdot 10^{-8}$ | f) $4,3 \cdot 10^{-5}$ |
| a) 240 000 000 | b) 500 000 000 |
| c) 430 000 | d) 0,0000024 |
| e) 0,00000005 | f) 0,000043 |

12 ▲▲▲ Escribe los siguientes números de forma abreviada, como se ha hecho en los ejemplos:

- | | | |
|---------------------------------|-------------------------------|-----------------------|
| a) 27 000 000 = $27 \cdot 10^6$ | b) 30 000 000 000 | |
| c) 2 300 000 | d) 0,0006 = $6 \cdot 10^{-4}$ | |
| e) 0,00000004 | f) 0,000026 | |
| a) $27 \cdot 10^6$ | b) $3 \cdot 10^{10}$ | c) $23 \cdot 10^5$ |
| d) $6 \cdot 10^{-4}$ | e) $4 \cdot 10^{-8}$ | f) $26 \cdot 10^{-6}$ |

13 ▲▲▲ Redondea las siguientes cantidades expresándolas mediante el producto de un número de dos cifras por una potencia de diez:

- | | |
|--|---|
| a) 268 487 529 $\rightarrow 27 \cdot 10^7$ | b) 5 394 628 |
| c) 15 260 943 | d) 0,0005324 $\rightarrow 53 \cdot 10^{-5}$ |
| e) 0,003715 | f) 0,000000002614 |
| a) $27 \cdot 10^7$ | b) $54 \cdot 10^5$ |
| c) $15 \cdot 10^6$ | d) $53 \cdot 10^{-5}$ |
| e) $37 \cdot 10^{-4}$ | f) $26 \cdot 10^{-10}$ |

Cálculo de raíces

14 ▲▲▲ Calcula:

- | | | |
|---------------------------|------------------------|---------------------------|
| a) $\sqrt{196}$ | b) $\sqrt{441}$ | c) $\sqrt{0,0009}$ |
| d) $\sqrt{0,0001}$ | e) $\sqrt{4,41}$ | f) $\sqrt{2,25}$ |
| a) $\sqrt{196} = 14$ | b) $\sqrt{441} = 21$ | c) $\sqrt{0,0009} = 0,03$ |
| d) $\sqrt{0,0001} = 0,01$ | e) $\sqrt{4,41} = 2,1$ | f) $\sqrt{2,25} = 1,5$ |

15 ▲▲▲ Aproxima a las décimas las siguientes raíces:

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{50}$

c) $\sqrt{111}$

a) $\sqrt{3} = 1,7$

b) $\sqrt{50} = 7,1$

c) $\sqrt{111} = 10,5$

16 ▲▲▲ Calcula:

a) $\sqrt[3]{125}$

b) $\sqrt[3]{216}$

c) $\sqrt[3]{-512}$

d) $\sqrt[3]{0,001}$

e) $\sqrt[3]{0,027}$

f) $\sqrt[3]{0,000125}$

a) $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

b) $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6$

c) $\sqrt[3]{-512} = \sqrt[3]{(-8)^3} = -8$

d) $\sqrt[3]{0,001} = \sqrt[3]{0,1^3} = 0,1$

e) $\sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{0,3^3} = 0,3$

f) $\sqrt[3]{0,000125} = \sqrt[3]{0,05^3} = 0,05$

PÁGINA 89

17 ▲▲▲ Calcula, con error menor de una décima, el lado de un cuadrado de superficie 58 cm^2 .

$$\left. \begin{array}{l} 7,6^2 = 57,76 \\ 7,7^2 = 59,29 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 7,65^2 = 58,5225 \\ 7,62^2 = 58,06 \end{array}$$

El lado del cuadrado mide $7,62 \text{ cm}$.

18 ▲▲▲ Calcula, con error menor de un centímetro, la arista de un cubo de volumen 2000 cm^3 .

$$\left. \begin{array}{l} 12,5^3 = 1953,125 \\ 12,6^3 = 2000,376 \end{array} \right\} \text{La arista del cubo mide } 12,6 \text{ cm.}$$

20 ▲▲▲ Simplifica:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

b) $\sqrt{3} : \frac{1}{\sqrt{3}}$

c) $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{8}{27}}$

d) $\sqrt{\frac{6}{11}} \cdot \sqrt{\frac{22}{3}}$

e) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$

f) $\sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{14}$

g) $\sqrt{\frac{11}{3}} \cdot \sqrt{\frac{5}{22}}$

h) $\sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \sqrt{\frac{14}{15}}$

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{3^2 \cdot 2^2} = 3 \cdot 2 = 6$

b) $\sqrt{3} : \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3^2} = 3$

c) $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{8}{27}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2^3}{3 \cdot 3^3}} = \sqrt{\frac{2^4}{3^4}} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

d) $\sqrt{\frac{6}{11}} \cdot \sqrt{\frac{22}{3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 2}{11 \cdot 3}} = \sqrt{2^2} = 2$

e) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{2}$

f) $\sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7}{7}} = \sqrt{2}$

g) $\sqrt{\frac{11}{3}} \cdot \sqrt{\frac{5}{22}} = \sqrt{\frac{11 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 11}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$

h) $\sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \sqrt{\frac{14}{15}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 7 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{7}{3}}$

22 ▲▲▲ Extrae todos los factores que sea posible:

a) $\sqrt{2^9}$

b) $\sqrt{3 \cdot 7^2}$

c) $\sqrt{243}$

d) $\sqrt{1\,000}$

e) $\sqrt[3]{2^4}$

f) $\sqrt[3]{5^4}$

g) $\sqrt[3]{81}$

h) $\sqrt[3]{40}$

a) $\sqrt{2^9} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 2^4 \sqrt{2} = 16 \sqrt{2}$

b) $\sqrt{3 \cdot 7^2} = 7 \sqrt{3}$

c) $\sqrt{243} = \sqrt{3^5} = \sqrt{3^2 \cdot 3^2 \cdot 3} = 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 3^2 \sqrt{3} = 9 \sqrt{3}$

d) $\sqrt{1\,000} = \sqrt{10^3} = \sqrt{10^2 \cdot 10} = 10 \sqrt{10}$

e) $\sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = 2 \sqrt[3]{2}$

f) $\sqrt[3]{5^4} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 5} = 5 \sqrt[3]{5}$

g) $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3} = 3 \sqrt[3]{3}$

h) $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = 2 \sqrt[3]{5}$

Reducción de expresiones algebraicas con potencias y raíces

23 ▲▲▲ Reduce:

$$\text{a) } (a^2)^3 \cdot \frac{1}{a^5} \quad \text{b) } (a^3)^3 \cdot \left(\frac{1}{a^2}\right)^5 \quad \text{c) } \left(\frac{a^2}{b^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{b^2}{a}\right)^3 \quad \text{d) } \left(\frac{1}{a^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{a^5}\right)^2$$

$$\text{a) } (a^2)^3 \cdot \frac{1}{a^5} = \frac{a^6}{a^5} = a \quad \text{b) } (a^3)^3 \cdot \left(\frac{1}{a^2}\right)^5 = a^9 \cdot \frac{1}{a^{10}} = \frac{1}{a}$$

$$\text{c) } \left(\frac{a^2}{b^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{b^2}{a}\right)^3 = \frac{a^4}{b^6} \cdot \frac{b^6}{a^3} = a \quad \text{d) } \left(\frac{1}{a^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{a^5}\right)^2 = \frac{1}{a^9 \cdot a^{10}} = \frac{1}{a^{19}}$$

24 ▲▲▲ Reduce:

$$\text{a) } \sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a \cdot b^2} \quad \text{b) } \sqrt{a^3 \cdot b} \cdot \sqrt{\frac{1}{a \cdot b^3}} \quad \text{c) } \frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt[3]{a^3}} \quad \text{d) } \frac{\sqrt[3]{a^7}}{a^2}$$

$$\text{a) } \sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a \cdot b^2} = \sqrt{a^4 \cdot b^2} = \sqrt{a^2 \cdot a^2 \cdot b^2} = a^2 \cdot b$$

$$\text{b) } \sqrt{a^3 \cdot b} \cdot \sqrt{\frac{1}{a \cdot b^3}} = \sqrt{\frac{a^3 \cdot b}{a \cdot b^3}} = \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{a}{b}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt[3]{a^3}} = \frac{\sqrt[3]{a^3 \cdot a^2}}{a} = \frac{a \sqrt[3]{a^2}}{a} = \sqrt[3]{a^2}$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt[3]{a^7}}{a^2} = \frac{\sqrt[3]{a^3 \cdot a^3 \cdot a}}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot \sqrt[3]{a}}{a^2} = \sqrt[3]{a}$$

25 ▲▲▲ Reduce:

$$\text{a) } \frac{(\sqrt{a})^4}{(\sqrt{a})^3} \quad \text{b) } \frac{\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{b^2}}{\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^3}} \quad \text{c) } \frac{\sqrt{b^3} : \sqrt{a^3}}{\sqrt{a} : \sqrt{b}} \quad \text{d) } \frac{1 : \sqrt{a^3}}{1 : \sqrt{a^5}}$$

$$\text{a) } \frac{(\sqrt{a})^4}{(\sqrt{a})^3} = \sqrt{a} \quad \text{b) } \frac{\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{b^2}}{\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^3}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{b^3} : \sqrt{a^3}}{\sqrt{a} : \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b^3}}{\sqrt{a^3}} : \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b^4}}{\sqrt{a^4}} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{d) } \frac{1 : \sqrt{a^3}}{1 : \sqrt{a^5}} = \frac{1}{\sqrt{a^3}} : \frac{1}{\sqrt{a^5}} = \frac{\sqrt{a^5}}{\sqrt{a^3}} = \frac{a^2 \sqrt{a}}{a \sqrt{a}} = a$$

■ PROBLEMAS DE ESTRATEGIA

26 Ataúlfo quedó prendado de un precioso caballo. Preguntó por el precio y le pidieron 100 000 €.

A Ataúlfo le pareció excesivo el precio. Sin embargo, hizo una contraoferta: —Acepto el precio —le dijo al vendedor— si me rebajas un céntimo por el primer clavo de herradura, dos céntimos por el segundo, cuatro por el tercero..., y así sucesivamente hasta el último clavo de la última herradura.

¿Cuánto pagó, sabiendo que cada herradura se sujetaba con seis clavos?

La rebaja que tiene que hacer, por los sucesivos clavos, es:

$$2^0 \quad 2^1 \quad 2^2 \quad 2^3 \quad 2^4 \quad 2^5 \quad \dots \quad 2^{23} \text{ céntimos de euro}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2^{23} = 8\,388\,608 \\ 2^{22} = 4\,194\,304 \end{array} \right\} 2^{23} + 2^{22} = 12\,582\,912 \text{ céntimos} = 125\,829,12 \text{ €}$$

$2^{23} + 2^{22}$ ya supera los 100 000 € que costaba el caballo.

Por tanto, no pagó nada.

¿Le darían a él la diferencia?

27 Rosana ha construido un gran cubo de 10 cm de arista utilizando cubitos blancos de 1 cm de arista. ¿Cuántos cubitos rojos, iguales a los anteriores, necesita para recubrir totalmente al cubo blanco?

Si se recubre el cubo de 10 cm de arista se obtendrá un cubo de 12 cm de arista.

Se necesitarán, por tanto, $12^3 - 10^3$ cubitos.

$$12^3 - 10^3 = 1\,728 - 1\,000 = 728 \text{ cubitos rojos.}$$

28 Con la calculadora de cuatro operaciones: ¿Cuál es el mayor número que puedes obtener en pantalla, si solo puedes pulsar dos veces cada una de estas teclas? (Escribe una expresión con las operaciones que le mandas hacer a la máquina.)

$$99999999 \times 99999999 \times 99999999 + 99999999 + 99999999 -$$

$$- 0 - 0 \div 1 \div 1 = 9,99999997 \cdot 10^{23}$$